



Equações obtidas a partir das leis de conservação para dimensionamento de drenos subterrâneos

Maria do C. P. de Souza¹, Walter M. Rodrigues² & Sérgio L. A. Levien³

¹ DCEN/UFERSA, Mossoró, RN. E-mail: mariadocarmop018@gmail.com (Autora correspondente)

² DCEN/UFERSA, Mossoró, RN. E-mail: walterm@ufersa.edu.br

³ DCAT/UFERSA, Mossoró, RN. E-mail: sergiolevien@ufersa.edu.br

Palavras-chave:

modelo matemático
equação de Glover-Dumm
drenagem subterrânea
método dos mínimos quadrados

RESUMO

Neste trabalho se obteve uma expressão algébrica para o modelo de Dumm através do qual se descrevem suas soluções por meio de algoritmo geométrico. Utilizaram-se as técnicas de identificação de padrões potenciais, hiperbólicos, lineares e exponenciais, por intermédio de representações em gráficos monolog e dilog visando definir estratégias de ajuste pela técnica dos mínimos quadrados, sentido em que foram analisados diversos modelos e se identificou que os modelos do tipo linear e potencial ajustam muito bem a razão entre os níveis do lençol freático inicial e após t dias decorridos; além disto, a identificação de que modelos potenciais podem ajustar bem o processo, possibilitou gerar, com o uso do Solver, Office Excel da Microsoft, Inc., modelos simplificados para o problema, razão pela qual se propõe, neste estudo, o ajuste com equações empíricas do tipo potencial para representá-lo com o uso das variáveis: condutividade hidráulica, profundidade e tempo para determinar a distância entre drenos permitindo, inclusive, a descrição dessa distância sob os mesmos parâmetros que o modelo de Glover-Dumm. As soluções encontradas têm pequenas diferenças porém não significativas quanto aos modelos de Glover, Dumm e Glover-Dumm.

Key words:

mathematical model
Glover-Dumm's equation
subsurface drainage
method of least squares

Equations obtained from laws of conservation for design of underground drains

ABSTRACT

In this study an algebraic expression for the Dumm's model was obtained, which describes its solutions through a geometric algorithm. An algebraic expression was obtained to model the Dumm through which to describe their solutions through geometric algorithm. The techniques of identifying potential, hyperbolic, linear and exponential patterns were used, through representations in monolog and dilog aimed at defining strategies set by the technique of least squares. In this context, different models were analysed and identified that linear and potential type models adjust well to the ratio of the initial ground water table levels and days elapsed after t . Furthermore, the identification that the potential models adjust well to describe the process as well, it was possible to generate simplified models for the problem, using the Solver, Microsoft Office Excel, Inc., and for this reason, in this study, it is proposed to fit with empirical equations of potential type to represent it using the variables such as hydraulic conductivity, depth and time to determine the distance between drains, including the description of this distance under the same parameters as the model of Glover-Dumm. The solutions found present small differences but not significant compared to models Glover, Glover-Dumm and Dumm.

INTRODUÇÃO

Um modelo matemático é uma representação simplificada do fenômeno em estudo visto que representa a natureza do sistema através de equações matemáticas mas são versáteis pela facilidade de se modificar sua lógica diante das situações, oferecendo soluções diferentes e de modo rápido (Wendlander, 2012; Kashefipour et al., 2012). Um bom modelo deve ser robusto, eficiente e apresentar facilidade de uso.

Muitos autores já estudaram as equações de drenagem com o objetivo de verificar a que melhor se ajusta às condições de campo e laboratório; ainda assim, é difícil saber qual, realmente,

é a melhor, diante de tantas propostas. Para o movimento de fluxo permanente se destacam as equações de Hooghoudt e Ernest e fluxo não permanente, as equações de Glover-Dumm, Glover, Boussinesq-Glover, Hammad, Tapp-Moody, Schilfgaard & Kirkham (Duarte et al., 2001; Castanheira & Santos, 2009). E tanto as equações de fluxo permanente quanto a variável, são baseadas nas mesmas suposições, ou seja, no princípio de Dupuit-Forchheimer. A única diferença é que a recarga varia com o tempo na abordagem de regime variável (Ritzema, 1994).

O fluxo estável (ou permanente) se baseia no princípio de que a água de descarga e recarga tem relação de constância e

igualdade. Conseqüentemente, o lençol freático permanece na mesma posição, isto é, a taxa de recarga de água subterrânea é uniforme e assim o lençol freático fica com a mesma altura enquanto a recarga acontece (Bos, 1994). Fluxo transiente (ou variável) é não estável e varia com o tempo em que a água é armazenada ou liberada do solo. As variações de armazenamento são percebidas tanto na subida como na descida do lençol freático (Ritzema, 1994; Bayat et al., 2011; Mehdinejadani et al., 2013).

Levando em conta o princípio da continuidade, conservação de massa e de energia, que são as leis de conservação que permitem modelar matematicamente um sistema dinâmico desta natureza pode-se expressar, de forma simplificada, a equação da difusão de um fluido em meio poroso. De modo geral, uma lei de conservação é descrita por uma equação que procura expressar a conservação de alguma entidade física, tais como massa, energia, momento e população, entre outros (Fox et al., 2006; Prasad et al., 2010).

A definição de drenagem agrícola depende de fatores importantes, como manejo do sistema de cultivo e do local. Um sistema de drenagem bem dimensionado é bastante significativo para o controle do lençol freático e salinidade quando as condições locais não oferecem drenagem natural adequada, ou seja, há fatores que afetam a drenagem. E esses fatores são inúmeros como, por exemplo: a topografia, a geologia e as mais variadas obstruções locais que podem bloquear ou retardar o movimento da água e favorecer má drenagem (SCS-USDA, 1971; Abdeldayem et al., 2005; Ritzema et al., 2007; Vlotman et al., 2007). Para Batista et al. (2002) não só áreas irrigadas necessitam de drenagem subterrânea mas qualquer área que apresente problemas de drenabilidade de perfil, como é o caso das várzeas.

A drenagem de solo é função da condutividade hidráulica (K), um dos parâmetros mais relevantes na pesquisa de campo. É definida como o coeficiente K da lei de Darcy e depende das propriedades do fluido, tais como viscosidade, interações com o meio poroso e redução de porosidade. Também é usada para especificar a taxa de transmissão de água através do solo. A condutividade hidráulica também pode se alterar com o passar do tempo devido às ações químicas, mecânicas, além de outras práticas agrícolas (USDA, 2001; Kumar et al., 2006; Gurklys et al., 2008).

Na condição de não saturação e em virtude da sua importância quanto ao grau de complexidade, o movimento de água no solo tem sido um dos tópicos mais influentes e pesquisados na física do solo nas últimas décadas (Biassusi, 2001; Madramootoo et al., 2007; Schultz et al., 2007; Stalnacke & Gooch, 2010).

Segundo Dumm (1964) percebeu-se, ao desenvolver a teoria do fluxo transiente mediante um estudo do lençol freático feito a partir da instalação de drenos paralelos, que uma parábola de quarto grau apresentou boa reprodução da sua forma inicial, tal como, também, a forma mantida ao longo de todo o período de rebaixamento. Este autor ressalta, ainda, que apenas através da utilização da teoria de fluxo transiente é que se pode verificar e calcular a oscilação do lençol freático, induzida por drenos e

que esta é uma boa maneira de se calcular espaçamento entre drenos. A teoria trata este problema em dois casos: quando os drenos são colocados acima da barreira e sobre a barreira.

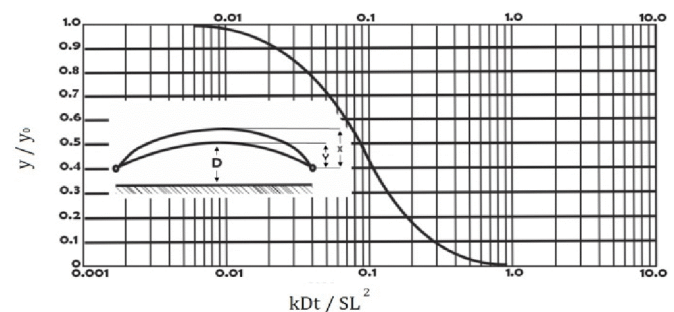
Os modelos matemáticos simulados por computador usando técnicas numéricas podem gerar bons resultados e com altas correlações com a realidade. Através de simulações é possível obter boa aproximação por funções potenciais dependendo apenas de uma quantidade menor de parâmetros. A partir do uso das propriedades algébricas é possível obter uma expressão geral ao aplicá-las nos padrões identificados por Dumm. Com este trabalho objetivou-se, através dessas estratégias de modelagem matemática, propor novos modelos para simular espaçamento e profundidade de drenos em regime de escoamento variável no caso em que os drenos estão acima da barreira.

MATERIAL E MÉTODOS

Na elaboração deste trabalho buscou-se combinar duas diferentes estratégias para desenvolver modelos matemáticos que descrevem o rebaixamento do lençol freático em um sistema de drenagem e, em consequência, o dimensionamento da distância entre drenos em um sistema de drenagem agrícola. Usou-se uma estratégia ligada ao cálculo numérico computacional visando gerar soluções empíricas, desde que se adequassem a certas condições de limite de variação para a razão entre o nível do lençol freático inicial e final. Assim, trabalhou-se a partir da solução analítica para obter soluções simplificadas que se ajustem bem a certa faixa de variação do rebaixamento do lençol freático.

No trabalho de Dumm (1964) os recursos gráficos desempenharam papel fundamental na estruturação de um algoritmo de análise de dimensionamento de drenos, em razão de não ter sido identificada uma solução, em termos elementares; outro elemento que se destaca no trabalho de Dumm é o uso da variável S (rendimento específico ou porosidade efetiva) como se verá na Figura 1.

É imprescindível observar que o fator y_t/t_0 varia em função de KDt/SL^2 que, por sua vez, assume o domínio $0 < KDt/SL^2 < 0,8$. Identificou-se, a partir da análise desses fatos, que é possível determinar uma expressão algébrica para representar o esquema gráfico que tem, naturalmente, maior grau de precisão em referência ao uso direto do gráfico.



Fonte: Dumm (1964)

Figura 1. Curva indicando a relação entre os parâmetros y/y_0 e KDt/SL^2 no ponto médio entre os drenos

As variáveis apresentadas nas funções descritas são as seguintes:

- y - altura do lençol freático em uma distância x no tempo t, m
- y_0 - altura inicial do lençol freático em $t = 0$, m
- α - fator de reação ($\alpha = \pi^2 Kd / \mu L^2$, (d^{-1}))
- K - condutividade hidráulica, $m d^{-1}$
- S - rendimento específico (por cento em volume, %)
- d - profundidade equivalente da camada de solo abaixo do nível dos drenos onde há fluxo, m
- D - profundidade da camada impermeável ou profundidade drenável, m
- μ - espaço poroso drenável
- L - espaçamento entre drenos, m
- t - tempo após o aumento instantâneo do lençol freático, d

Levando em conta o aspecto da importância prática da solução do problema em questão, buscou-se trabalhar soluções empíricas para o problema de dimensionamento de drenos. Para a escolha dos padrões de funções que podem gerar soluções aproximadas, foram utilizadas as tradicionais técnicas de linearização de funções potenciais e exponenciais, entre outras. Todas as funções obtidas que modelam o problema neste trabalho foram comparadas com o modelo de Glover-Dumm.

Exceto em grandes cavernas e fendas, o escoamento subterrâneo é quase sempre laminar. Neste tipo de escoamento as velocidades são relativamente pequenas e a água percola lentamente pelos poros do aquífero. O escoamento é dominado pelas forças viscosas do líquido e a perda de carga varia linearmente com a velocidade (Chávez et al., 2011; Wendland, 2012). Com base nesta premissa e no trabalho de Dumm (1964) desenvolveu-se um modelo matemático para simplificar o cálculo de espaçamento entre drenos usando-se menor número de variáveis. As primeiras aproximações de soluções analíticas de um sistema dinâmico deste porte são, muitas vezes, disponibilizadas para cobrir praticamente qualquer necessidade concebível na área de drenagem, devido à alta complexidade operativa da solução geral; no entanto, a solução pode ser aproximada por outra bastante simples quando se dispõe de um indicativo prático que permite identificar o tipo de função que pode modelar em certas condições. Conhecendo certas condições reais, pode-se obter uma aproximação da solução geral, por uma função do tipo logarítmico, potencial, exponencial ou polinomial relacionando, de forma mais simples a(s) variável (eis) dependente(s) e independente(s) associada(s) ao problema; nesta situação, uma técnica chamada anamorfose, ou seja, fazer o mapeamento da função por meio de operador funcional que faz uso das propriedades algébricas das funções logarítmicas permite solucionar o problema, de modo bem eficaz.

Neste trabalho aplicou-se uma anamorfose à representação gráfica descrita em Dumm (1964) (Figura 1) e se obteve uma função matemática que se ajusta bem ao problema permitindo um tratamento algébrico para este algoritmo geométrico. Dado que se uma função for do tipo exponencial ao aplicar o logaritmo neperiano em ambos os membros da equação, ou seja, sobre o domínio e a imagem, é possível evidenciar que o logaritmo natural da variável dependente passa a ter uma

relação descrita por função de primeiro grau com o logaritmo da variável independente inicial; sinteticamente, pode-se dizer que na representação bilogarítmica o gráfico de uma função exponencial é uma reta.

Foi possível determinar, a partir da Figura 1, um conjunto de pontos da curva descrita pelo gráfico monologarítmico; aplicou-se logaritmo nesses pontos e se observou que após esta operação o conjunto de pontos tinha boa aproximação por uma reta; portanto, deveria admitir boas representações por ajustes potenciais, exponenciais e de polinômios de grau menor ou igual a dois, com certas restrições.

Objetivando encontrar uma função matemática que se ajustasse bem à representação da Figura 1, partiu-se da identificação de 12 pontos da curva e, com uso da ferramenta “Solver”, obteve-se a Eq. 1 com $R^2 = 0,9942$. Usou-se, recorrentemente, o Software Excel da Microsoft Inc. para determinar as funções de ajuste numérico aos dados valendo-se da técnica dos mínimos quadrados; evidenciou-se, então, que o desvio entre y_t/t_0 e uma constante pode ser aproximado por uma função do tipo potencial, em que se assume a razão KDt/SL^2 em escala logarítmica.

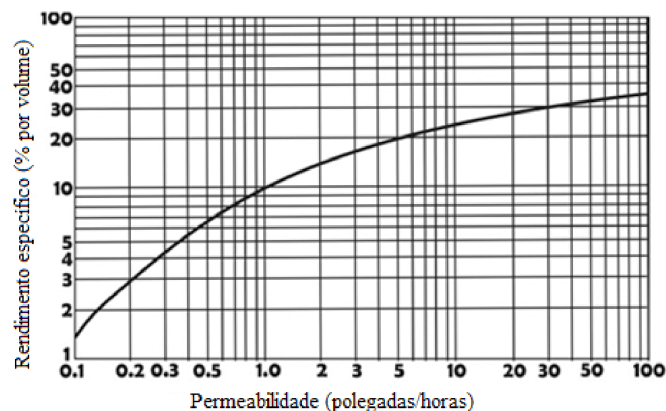
$$\tilde{y} = \frac{2,0025}{3,346} - \frac{2H^{0,25}}{3,346} = 0,5984 - 0,5977H^{0,25} \quad (1)$$

sendo:

$H = KDt/SL^2$ o fator de reação da equação de Glover-Dumm; ao relacionar o modelo da Eq. 1 com y_t/y_0 , que é a razão entre as alturas do lençol freático, é possível determinar um ajuste linear ótimo y_t/y_0 enquanto for pequeno.

Usou-se o índice de desempenho estatístico “c” proposto por Camargo & Sentelhas (Camargo & Sentelhas, 1997) para avaliar o grau de precisão das estimativas. Tal índice é baseado nos índices comparativo de Willmott (Willmott, 1981) e o coeficiente de correlação (ou índice de precisão (r)) cujo produto define “c”, o coeficiente comparativo de modelos, dando precisão às variáveis linguísticas de categorização do grau de similaridade entre modelos (Gonçalves et al., 2009).

Além da Figura 1, Dumm (1964) também utiliza, na modelagem, a Figura 2, que representa a curva que, por sua



Fonte: Dumm (1964) (Adaptada pelos autores)

Figura 2. Curva que indica a relação geral entre rendimento específico e permeabilidade

vez, indica a relação geral entre rendimento específico e permeabilidade, ou seja, S e K.

Uma análise da Figura 2 indica que os valores por ela fornecidos, podem ser ajustados por uma curva do tipo logaritmo em escala dilog; a partir deste procedimento, modelou-se algebricamente via função de crescimento logístico; a Eq. 2 é resultado de um ajuste de $R^2 = 0,9924$ e apresenta vantagem em relação às equações clássicas por permitir o cálculo de espaçamento com uma variável a menos. O modelo logístico em função de $H = KDt/SL^2$ dado por:

$$\bar{y} = 1 - \frac{1}{(1 + 1,3e^{-5,2H})} \quad (2)$$

Além disto, um modelo de ajuste para o rendimento específico S em função da condutividade hidráulica com $R^2 = 0,9996$, pode ser expresso por:

$$S = 29,73 - \frac{10\pi}{(1,089 + 0,53K^{1,5})} \quad (3)$$

Com o uso da técnica de anamorfose para o quociente inverso de y_t/y_0 identificou-se que o modelo de Dumm (1964) pode ser ajustado por funções do tipo exponencial e sob certas restrições para modelos potencial e polinomiais de primeiro e segundo grau viabilizando, portanto, o desenvolvimento de modelos empíricos. Determinaram-se, em particular, funções para estimar y_t através de uma estratégia diferente da usada na teoria original de Dumm (1964) permitindo obter-se:

$$y_t = \frac{y_0}{AH + B} \quad (4)$$

e

$$y_t = \frac{y_0}{AH^2 + BH + C} \quad (5)$$

Os modelos das Eqs. 4 e 5 estão em termos da variável $H = KDt/SL^2$, e funcionam com certas restrições de H. O padrão representado pela Eq. 1 com as restrições $0,001 < H < 0,85$ e $1 < y_0/y_t < 3$ permite identificar $A = 1,266$ e $B = 0,694$ situação na qual se obtém um coeficiente de ajuste nas as restrições $0,001 < H < 0,85$ e $1 < y_0/y_t < 10$, a Eq. 5 permite determinar $A = 1,0494$, $B = 0,4197$ e $C = 0,9464$ com coeficiente de ajuste $R^2 = 0,9768$. O modelo descrito pela Eq. 5, por ser mais robusto e valer em um domínio mais amplo, permite estimar o rebaixamento do lençol freático, de forma empírica com a equação a seguir:

$$\frac{y_0}{y_t} \approx 1,0494 \left(\frac{Kdt\pi^2}{\mu L^2} \right) + 0,4197 \left(\frac{Kdt\pi^2}{\mu L^2} \right) + 0,9464 \quad (6)$$

O modelo matemático representado na Eq. 6 desempenha papel comparável com a equação de Glover abaixo

$$\frac{y_0}{y_t} = \frac{\pi}{4} e^{\frac{Kdt\pi^2}{\mu L^2}} \quad (7)$$

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os modelos descritos pelas Eqs. 4, 5 e 6 se encontram sob a mesma variação de $H = KDt/SL^2$, e foram obtidos apenas com a aplicação do método dos mínimos quadrados. A partir da comparação da Eq. 7 de Glover e os modelos definidos pelas Eqs. 5 e 6, constata-se a possibilidade de obter um modelo do tipo $AX^n + BY^m$ para estimar o espaçamento L em função apenas das variáveis condutividade e profundidade, expressas por X e Y, respectivamente. Este tipo de modelo oferece a vantagem de se calcular espaçamento com somente duas variáveis, o que pode trazer alguma vantagem quando comparado com o tradicional modelo de Glover-Dumm que se vale de várias outras variáveis. Na busca por um modelo empírico de soma de funções potenciais em duas variáveis, diversas possibilidades foram testadas verificando-se que só existiam boas correlações em situações mais específicas. Os resultados do teste de comparação entre um modelo ajustado para estimar o espaçamento por $L = AX^n + BY^m$ e o modelo de Glover-Dumm feito com o software Excel da Microsoft[®] evidenciam que y_t/y_0 , a menos de uma constante, tem boa aproximação por uma função potencial; por exemplo, nas Figuras 3A e 3B estão representados os pontos do gráfico da Figura 1 a partir de uma anamorfose da função potencial que admite aproximação pela reta $y = -1,2215x - 0,4522$ com $R^2 = 0,991$, enquanto o modelo de Dumm (1964) pode, após anamorfose, ser ajustado pela reta definida por $y = -1,4547x - 0,3412$

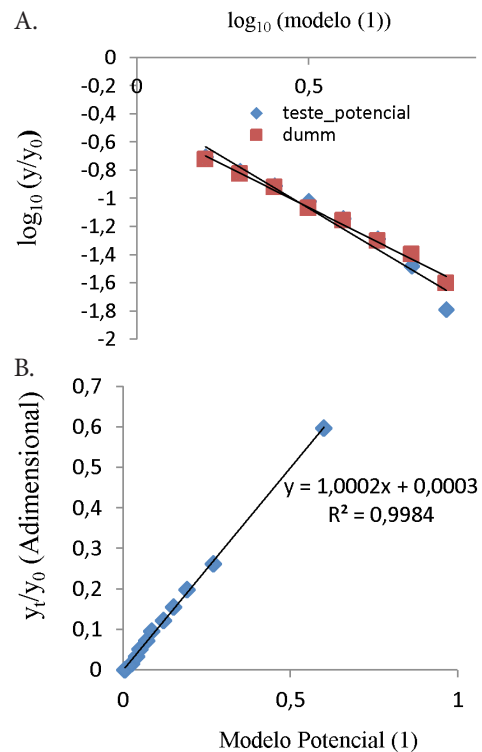


Figura 3. Teste da equação de Dumm por aproximação potencial com o modelo (Eq. 1) (A) e seu ajuste linear (B)

com $R^2 = 0,958$. Uma vez que ambos os modelos levaram, após a anamorfose, a bons ajustes lineares, pôde-se concluir que o modelo de Dumm (1964) é passível de ser aproximado por uma função potencial.

De fato, a comparação do modelo potencial (Eq. 1) com o modelo Dumm pode ser classificada ótima, de acordo com o teste de Willmott (1981) e o índice de confiança “c” de Camargo & Sentelhas (1997) de vez que os valores dos coeficientes encontrados são: $d = 0,999609082$, $r = 0,99922146$ e $c = 0,998830846$.

A curva descrita pela Figura 2 mostra, graficamente, a variação entre o rendimento específico (S) e a permeabilidade, foi aproximada pela Eq. 3. A comparação entre os dados observados de rendimento específico (S) com o modelo (Eq. 3) pode ser expressa pela função $y = 1,0523x + 0,1084$ com $R^2 = 0,9563$, em que y é o rendimento específico e x , o valor estimado pelo modelo 3.

Sinteticamente, as funções descritas pelas Eqs. 1 e 3 permitem estimar quaisquer pontos das Figuras 1 e 3; desta forma, os modelos que descrevem y_t/y_0 ou y_0/y_t , como os modelos de Glover, Dumm e Glover-Dumm podem ser aproximados por um modelo estruturado, a partir das Eqs. 1 e/ou 2; neste sentido, a função quadrática $y = 1,0494x^2 + 0,4197x + 0,9464$, gera o modelo definido pela Eq. 8 o qual pode ser comparado ao modelo de Glover (1966) visando à estimativa de y_0/y_t . A Figura 4A e 4B, aponta que o modelo empírico tem, associado à Eq. 8, boa correlação com a equação de Glover; para esta análise, considere-se: $H = \pi^2 K D t / \mu L^2$ e $y_0 \geq 10 y_t$.

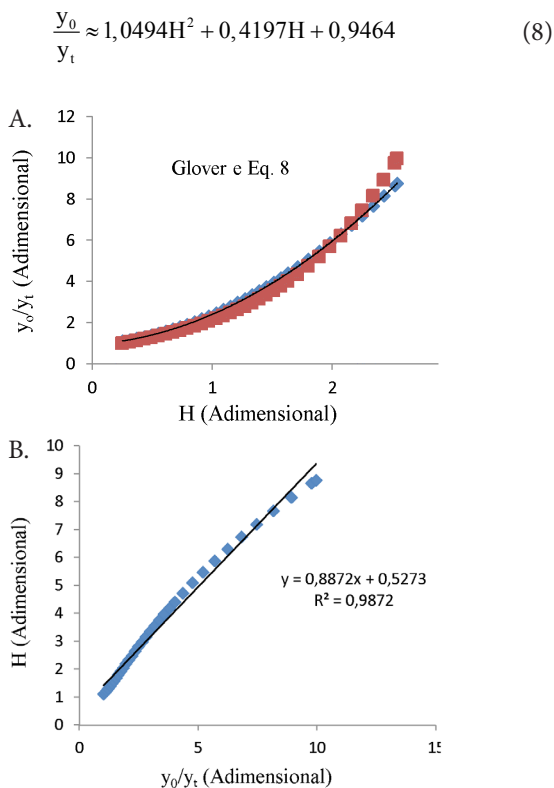


Figura 4. Ajuste por aproximação polinomial entre os modelos (Eqs. 8 e 7) (A) e o teste de identidade entre os modelos (Eqs. 8 e 7) (B)

Assim, para o caso em que a razão entre y_t e y_0 é maior que 1/10 este ajuste é bom, de acordo com o índice de confiança de Camargo & Sentelhas (1997). Observa-se que quando y_0 é 10 vezes maior que y_t , o ajuste piora; por outro lado, como o modelo de Glover-Dumm acaba dependendo do fato de y_t ser menor que a profundidade do dreno, esta situação se torna bem geral.

Impondo as restrições, de modo $(5/4)y_0 \leq y_t \leq 3y_0$, a Eq. 9 permite estimar y_0/y_t

$$\frac{y_0}{y_t} \approx 0,914 \left(\frac{Kdt\pi^2}{\mu L^2} \right) + 0,347 \left(\frac{Kdt\pi^2}{\mu L^2} \right) + 0,8816 \quad (9)$$

A Figura 5A mostra o gráfico associado à Eq. 9 e a Figura 5B a comparação de valores estimados pela Eq. 7 e pela Eq. 9.

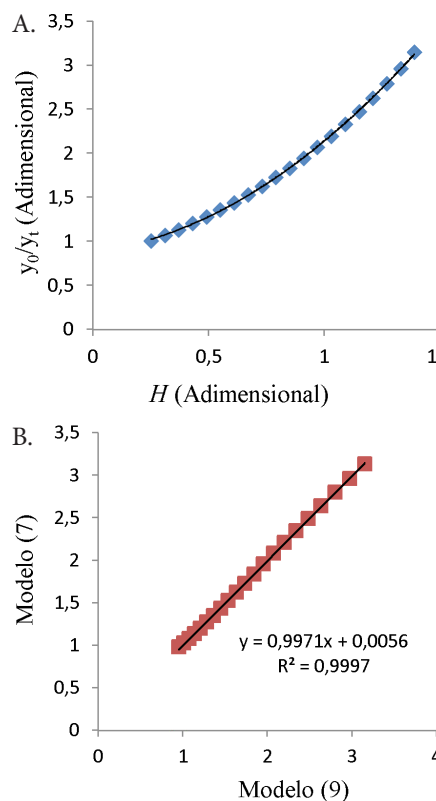


Figura 5. Teste comparativo entre as Eqs. 7 e 9 (A) e o teste linear entre as Eqs. 7 e 9 (B)

Logo, para o caso em que a relação entre profundidade de dreno e altura inicial do lençol freático y_0 é maior que 1/3, este ajuste pode ser classificado como muito bom, de acordo com o teste de Wilmot (1981) e Camargo & Sentelhas (1997).

A partir da Eq. 4 obteve-se um modelo linear para estimar y_0/y_t , trata-se de um ajuste $Z = Ax + B$, com $x = K D t / \mu L^2$, $A = 1,154$ e $B = 0,826$; entretanto se tem maiores restrições, Figura 6A e 6B, o que é válido quando o domínio é $0,75 < y_0/y_t < 2,96$.

Evidenciou-se que, até então, as soluções empíricas se ajustam bem ao modelo de dimensionamento de drenos e que os modelos baseados em funções potenciais em duas variáveis estão bem correlacionados com o modelo de Glover-Dumm, como visto anteriormente.

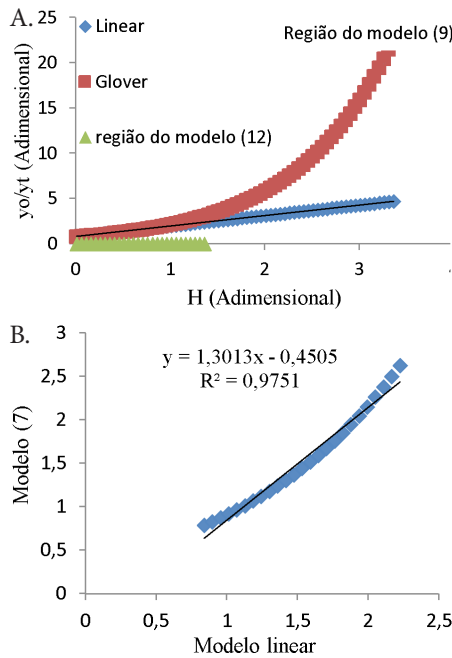


Figura 6. Comparação entre as Eqs. 7 e 9 na região na qual o modelo é válido (A), o teste de identidade entre as Eqs. 7 e 9 (B)

Analisando o domínio das variáveis que compõem $H = KDt/SL^2$, aplicou-se o método dos mínimos quadrados para determinar uma função do tipo $AX^n + BY^m$ com vista a estimar o espaçamento L obtendo-se a Eq. 10 que depende unicamente das variáveis condutividade e profundidade, representadas por X e Y , respectivamente. Chávez et al. (2011) se basearam no método das diferenças finitas para resolver, unidimensionalmente, a equação de Boussinesq.

$$L \approx 5,747(X)^{0,46} + 0,1202(Y)^{3,505} \quad (10)$$

O modelo representado pela Eq. 10 foi comparado com o tradicional método de Glover-Dumm (dreno acima da barreira impermeável) de acordo com a Eq. 11 obtendo-se um ajuste que pode ser classificado ótimo, segundo Camargo & Sentelhas (1997) como mostra a Figura 7.

$$L = \pi \left(\frac{Kdt}{\mu} \right)^{1/2} \left(\ln 1,16 \frac{h_0}{h_t} \right)^{-1/2} \quad (11)$$

Expressão numérica que representa a variação de y_t/y_0 pelo modelo de Glover-Dumm (1964) representada pela Eq. 12, de acordo com Duarte et al. (2001).

$$\frac{y}{y_0} = \frac{4}{1,27\pi} e^{-\frac{KDt}{SL^2}} \quad (12)$$

Uma solução empírica proveniente do ajuste quadrático do gráfico da Figura 2 é o modelo descrito pela Eq. 5, que gera o modelo associado à Eq. 13

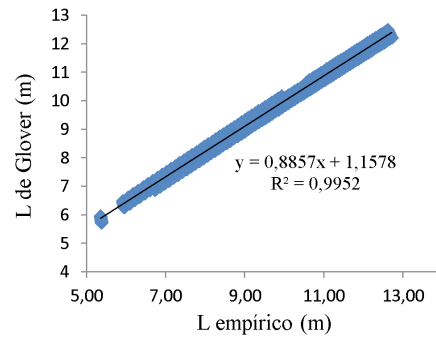


Figura 7. Relação linear entre espaçamento calculado e os modelos (Eqs. 11e 10)

$$\frac{y_t}{y_0} \approx \frac{1}{1,27 \left[0,617 \left(\frac{KDt}{SL^2} \right)^2 + 0,707 \left(\frac{KDt}{SL^2} \right) + 0,785 \right]} \quad (13)$$

A Figura 8 permite uma análise comparativa entre os modelos obtidos diretamente a partir da curva da Figura 2, como modelo de Dumm (1964), o qual usou o fator de reação posto em função do “Specific Yield”, e modelos em que é o espaço poroso drenável μ está presente na construção. Há um deslocamento nítido no gráfico, com alta associação das imagens mas neste trabalho não foi possível estabelecer a relação exata entre os parâmetros μ e S .

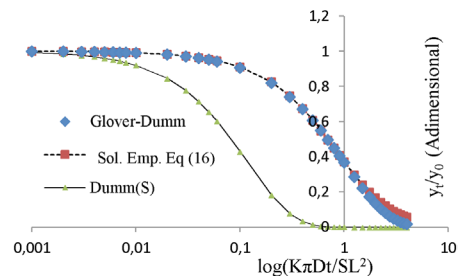


Figura 8. Inserção do parâmetro S nos modelos (Eqs. 13 e 12) em comparação com o Modelo de Dumm

A função de Glover (1966) pode ser aproximada por uma função potencial (Eq. 14 empírica). Este ajuste tem o domínio mais abrangente entre os modelos empíricos desenvolvidos neste estudo. O modelo é válido se $1 \leq y_0/y_t \leq 15$, de acordo com a classificação de Camargo & Sentelhas (1997) o modelo potencial estima muito bem os valores da Eq. 7, de Glover. A Figura 9A e 9B ilustra graficamente esta comparação.

$$\frac{y_0}{y_t} = 0,93 \left(\frac{\pi^2 Kdt}{\mu L^2} \right)^{2,5} + 0,81 \quad (14)$$

A estimativa de y_0/y_t pela Eq. 14 permite isolar L obtendo-se, assim, uma fórmula para estimar o espaçamento entre drenos:

$$L = \sqrt[5]{\frac{0,93}{\left(\frac{y_0}{y_t} - 0,81 \right) \left(\frac{\mu}{\pi^2 Kdt} \right)^{2,5}}} \quad (15)$$

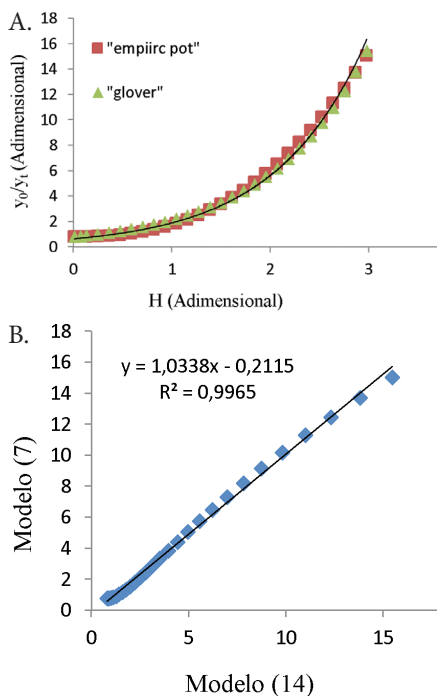


Figura 9. Comparação entre as equações (Eq. 7), de Glover e (Eq. 14) (A), o teste de identidade entre as mesmas (Eq. 7) e (Eq. 14) (B)

A comparação entre valores de espaçamento estimados pela Eq. 15 e os valores estimados pela clássica equação de Glover-Dumm, é representada na Figura 10. Mehdejadani et al. (2013) se utilizaram de métodos gráficos para avaliar o desempenho do modelo por eles proposto, com o modelo de Glover-Dumm.

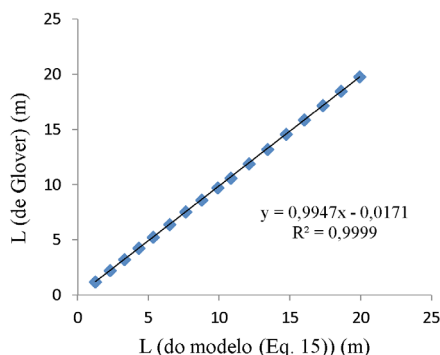


Figura 10. Comparação linear entre modelo (Eq. 15) e o clássico modelo (Eq. 11)

CONCLUSÕES

1. A equação algébrica desenvolvida para modelar, a representação gráfica usada por Dumm (1964) mostrou-se eficiente para uma análise de dimensionamento de drenos.
2. A técnica de anamorfose permitiu desenvolver bons modelos empíricos e com claras limitações da região em que o modelo ajustado está próximo ao modelo clássico de Glover-Dumm.
3. O modelo empírico do tipo potencial foi o que melhor se ajustou ao modelo de Glover-Dumm.

LITERATURA CITADA

- Abdeldayem, S.; Hoevenaars, J.; Mollinga, P. P.; Scheumann, W.; Sloopweg, R.; Steenbergen, F. V. Agricultural drainage: Towards an integrated approach. Dordrecht Netherlands. Irrigation and Drainage Systems v.19, p.71-87, 2005.
- Batista, M. J.; Novaes, F.; Santos, D. G.; Suguino, H. H. Drenagem como instrumento de dessalinização e preservação da salinização de solos. 2.ed. Brasília: CODEVASF, 2002. 212p.
- Bayat, E.; Kouchakzadeh, S.; Azimi, R. Evaluating the carrying capacity of a subsurface drainage network based on a spatially varied flow regime. New Jersey Irrigation and Drainage, 2011. 60p.
- Biassusi, M. Simulação do movimento da água no solo utilizando modelo numérico. Porto Alegre: UFRGS, 2001. 97p. Tese Doutorado
- Bos, M. G. Basics of groundwater flow. In: Ritzema, H. P. (ed.), Drainage principles and applications. 2.ed. chapter 7, Wageningen: ILRI, 1994. p.225-261. Publication 16
- Camargo, A. P.; Sentelhas, P. C. Avaliação do desempenho de diferentes métodos de estimativa da evapotranspiração potencial no Estado de São Paulo, Brasil. Revista Brasileira de Agrometeorologia, v.5, p.89-97, 1997.
- Castanheira, P. J.; Santos, F. L. A simple numerical analyses software for predicting water table height in subsurface drainage. Irrigation Drainage Systems v.23, p.153-162, 2009.
- Chávez, C.; Fuentes, C.; Zavala, M.; Zataráin, F. Solución em diferencias finitas de la ecuación de Boussinesq com porosidade drenable variable y condición de radiación fractal em la frontera. Agrociencia, v.45, p.911-927, 2011.
- Duarte, S. N.; Cruciani, D. E.; Cararo, D. C.; Passos, K. S.; Lopes, A. D. V. Avaliação de equações de drenagem para regime não permanente em condições de laboratório. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v.5, p.181-186, 2001.
- Dumm, L. D. Transient-flow concept in subsurface drainage: Its validity and use. Transactions of the ASAE, v.7, p.142-151.1964.
- Fox, R. W.; McDonald, A. T.; Pritchard, P. J. Introdução à mecânica dos fluidos, 6. ed.. Rio de Janeiro: LTC, 2006. 472p.
- Glover, R. E. Use of mathematical models in drainage design, Transactions of the ASAE, v.9, p.210-212, 1966.
- Gonçalves, F. M.; Feitosa, H. O.; Carvalho, C. M.; Gomes Filho, R. R.; Valnir Júnior, M. Comparação de métodos da estimativa da evapotranspiração de referência para o município de Sobral-CE. Revista Brasileira de Agricultura Irrigada, v.3, p.71-77, 2009.
- Gurkly, V.; Rimkus, A.; Saulys, V. Hydraulic calculation of mechanically arranged drainage lines with vertical bends. New Jersey Irrigation and Drainage, v.57, p.545-554, 2008.
- Kashefpour S. M.; Sadr M. K. and Naseri A. A. Modelling drainage water salinity for agricultural lands under leaching using artificial neural networks. New Jersey Irrigation and Drainage, v.61, p.99-106, 2012.
- Kumar, K.; Singh, J.; Gupta, S. K. Investigations on surface and subsurface drainage requirements at regional scale. New Jersey Irrigation and Drainage, v.55, p.491-500, 2006.

- Madramootoo, C. A.; Johnston W. R.; Ayars, J. E.; Evans, R. O.; Fausey, N. R. Agricultural drainage management, quality and disposal issues in North America. *New Jersey Irrigation and Drainage* v.56, p.35-45, 2007.
- Mehdinejadiani, B.; Naseri, A. A.; Jafari, H.; Ghanbarzadeh, A.; Baleanu, D. A mathematical model for simulation of a water table profile between two parallel subsurface drains using fractional derivatives. *Elsevier Journal Computers and Mathematics with Applications*, v.66, p.785-794, 2013.
- Prasad K. S. H.; Ojha C. S. P.; Asce M.; Chandramouli P. N.; Madramootoo C. A. Estimation of unsaturated hydraulic parameters from infiltration and internal drainage experiments. Vancouver. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, v.136, p.766-773, 2010.
- Ritzema, H. P. Subsurface flow to drains. In: Ritzema, H. P. (ed.) *Drainage principles and applications*. 2.ed. chapter 8, Wageningen: ILRI (International Institute for Land Reclamation and Improvement), The Netherlands, 1994. p.283-293. Publication 16
- Ritzema, H. P.; Wolters, W.; Bhutta, M. N.; Gupta, S. K.; Abdel-Dayem, S. The added value of research on drainage in irrigated agriculture. *New Jersey Irrigation and Drainage*, v.56, p.205-215, 2007.
- Schultz, B.; Zimmer, D.; Vlotman, W. F. Drainage under increasing and changing requirements. *New Jersey Irrigation and Drainage*, v.56, p.3-22, 2007.
- SCS-USDA Soil Conservation Service – United States Department of Agriculture, *National Engineering Handbook*, Section 16, Subsurface Drainage Chapter 4 Engineering Division Soil Conservation Service. Washington: U. S. Department of Agriculture. 20250, 1971. 131p.
- Stålnacke, P.; Gooch, G. D. Integrated water resources management. Dordrecht Netherlands. *Irrigation Drainage Systems*, v.24, p.155-159, 2010.
- USDA – United States Department of Agriculture, *Engineering Field Handbook*, Chapter 14 Water management (drainage) Part 650 210-VI-NEH, Washington: U. S. Department of Agriculture. 20250-9410, 2001. 192p.
- Vlotman, W. F.; Wong, T.; Schultz, B. Integration of drainage, water quality and flood management in rural, urban and lowland areas. *New Jersey Irrigation and Drainage*, v.56, p.161-177, 2007.
- Wendlander, E. *Notas em matemática aplicada*. v. 3, São Carlos: SBMAC (Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional), 2012. 95p.
- Willmott, C. J. On the validation of model. *Physical Geography*, v.2, p.184-194, 1981.